Patristica et Mediaevalia, XXVIII (2007)

EXCERPTA DE UNIFORMITATE ET DIFFORMITATE: UNA COMPILACIÓN FÍSICO-MATEMÁTICA EN MS. PARIS, BL. DE L'ARSENAL, LAT. 522 HASTA AHORA DESCONOCIDA

DANIEL A. DI LISCIA*

1. Introducción

En el presente artículo me propongo presentar nuevo material perteneciente a la filosofía natural escolástica. Se trata de un texto breve copiado en el manuscrito Lat. 522 de la Bibliothèque de l'Arsenal en París a continuación de dos textos muy conocidos. Una caracterización más precisa según el contenido y según la tradición a la que pertenece este texto, exigiría el título algo más incómodo de "*Excerpta de uniformitate et difformitate* qualitatum et motuum". No obstante, por motivos prácticos, podrá ser titulado provisoriamente con la fórmula algo más breve "*Excerpta de uniformitate et difformitate*" (a partir de ahora con la abreviación *EUD*). Como explicaré más abajo, hay algunos motivos para suponer que el copista del manuscrito, Johannes Monachus, es el "autor", o mejor dicho, el "compilador" de este texto.

En *EUD* se lleva a cabo un análisis de las cualidades y del movimiento desde un punto de vista matemático. No hay duda de que se trata, en general, de un texto conectado con la tradición de los *calculatores*. Su contenido específico no es original. No obstante, *EUD* no deja de ser interesante desde un punto de vista histórico, pues nos permite apreciar más exactamente el desarrollo de la tradición de los calculadores en París a finales del siglo XIV y comienzos del siglo XV.

En las páginas siguientes voy a ofrecer en primer lugar algunas informaciones introductorias relativas a la tradición de los calculadores y su enfoque cuantitativo en el análisis del movimiento; ése es el marco mínimo indispensable para la comprensión del nuevo material aquí presentado. En segundo lugar, me referiré al manuscrito Lat. 522 de la Biblioteca del Arsenal. A pesar de que *EUD* no es más que una breve compilación, daré, no obstante, una descripción completa del manuscrito, porque contiene una cantidad de otros textos relacionados con nuestro *EUD* y se trata de una pieza especial-

* Bayerische Akademie der Wissenschaften. *Kommission für die Herausgabe der Werke von Johannes Kepler.*

mente relevante. En tercer lugar, seguirá un análisis pormenorizado del contenido de *EUD*, cuya transcripción he incluido al final del artículo.

2. Un nuevo enfoque en el análisis del movimiento

Buena parte de aquello que acostumbramos a llamar "escolástica" resultaría incomprensible, o mejor inexistente, sin el concepto aristotélico de movimiento. De hecho, el movimiento, y las nociones con él vinculadas –el espacio, el vacío, el tiempo, el infinito y el continuo– constituyen el objeto de estudio central de la *Física* de Aristóteles[1].

Durante el siglo XIV se verifican dos corrientes principales en el estudio del movimiento. Por un lado se continúa la tradición del comentario al texto aristotélico iniciada en el siglo anterior por Robert Grosseteste, Alberto Magno y Tomás de Aquino –para mencionar solamente los nombre más conocidos–. Por otro, surge en las primeras décadas del siglo XIV una nueva corriente filosófica que hoy habitualmente es caracterizada como "tradición de los *calculatores*", a la cual pertenece, sin duda, nuestro texto *EUD*.

Hay pocas cosas menos seguras que la "fecha del nacimiento" de una corriente de pensamiento. Como marco de orientación suele hacerse mención al hecho de que el famoso *Tractatus de proportionibus velocitatum in motibus* de Thomas Bradwardine, la figura fundacional en este contexto, es datable en 1328. Poco después tienen que haber surgido las *Regulae solvendi sophismata* de William Heytesbury y en torno al año 1350 el *Liber calculationum* de Richard Swineshead, a partir del cual se puede haber derivado la caracterización general de "*calculatores*" para todo el grupo. De este grupo, que son los *calculatores* de Oxford, forman parte además Walter Burley (al menos por su *Quaestio de instanti*), Richard Kilvington (especialmente sus *Sophismata*), John Dumbleton (*Summa logicae et philosophiae naturalis*), el casi desconocido John Bode, autor de la colección de *Sophismata* "*A es unum calidum*", y el texto anónimo *De sex inconvenientibus*[2].

La caracterización de un gran grupo de autores y obras es siempre un poco forzada y corre riesgo de resultar artificial si es propuesta de manera rígida y definitiva. No obstante, me parece que hay una buena cantidad de elementos comunes que justifican una tal caracterización de conjunto. En primer lugar es digna de mención la tendencia general a independizarse del texto aristotélico. De hecho, los textos recién mencionados no son comentarios a obras de Aristóteles, aunque su contenido pueda ser empleado para reintepretar las obras de Aristóteles. Naturalmente que hay excepciones, pero el objetivo principal de los calculadores no era comentar Aristóteles, sea porque se consideraban independientes de él, sea porque –lo que es más probable– el contexto institucional no lo exigía. Se trata en este caso de un problema relativo a la "forma" y, por ello seguramente, de menor importancia. Sin embargo, por

[1] Aristóteles, *Física* III, 1 200b 10–22.
[2] Para una presentación general ver Sylla 1982.

motivos que explicaré enseguida, se hará muy mal en descuidar este aspecto que es, desde un punto de vista histórico, verdaderamente relevante.

Pero el aspecto central es, sin duda, el contenido de estos textos. ¿Qué tienen todos ellos en común? Tienen en común no sólo una determinada opinión sobre un determinado tema, sino, especialmente, un cierto enfoque característico en el acercamiento a su objeto de estudio y en la forma de su tratamiento. Si se tuviera que resumir este nuevo punto de vista en una fórmula breve, se podría decir que consiste en el énfasis puesto sobre los aspectos cuantitativos. El movimiento sigue estando en primer lugar, sin duda; pero ya no se trata tanto de la discusión categorial sobre "la esencia" del movimiento como de las diferentes cuestiones relativas a su "medición", a su "medida" (*mensura*). La pregunta general *¿qué es...?* ("quid sit...?") es reemplazada por otra pregunta de igual valor y generalidad: *¿cómo se mide, bajo qué criterio (cuantitativo) debe ser considerado* un determinado fenómeno? ("*penes quid attenditur*"?)[3]. Partiendo desde este punto de vista cuantitativo se constituyen en el transcurso de las primeras décadas del siglo XIV varios campos de investigación que resultan típicos para los calculadores: (1) *de proportionibus velocitatum*; (2) *de intensione et remissione formarum*; (3) *de maximo et minimo*; (4) *de incipit et desinit* (o bien: *de instanti*); (5) *de reactione*. Debido a la recurrencia en los más diversos contextos de estos campos de investigación John Murdoch ha propuesto la caracterización bien adecuada de "analytical languages" como medios de análisis y discusión filosófica típicos del siglo XIV[4].

Obtendremos una idea más exacta si consideramos algunos pocos ejemplos directamente vinculados con nuestro texto *EUD*. Me limitaré a los tres primeros campos de investigación. En (1) se discuten habitalmente las distintas "leyes" del movimiento (*regulae motus*). Según el modelo del *Tractatus de proportionibus* de Bradwardine, ello requiere en primer lugar una discusión de algunos preliminares de carácter puramente matemático referentes a la teoría de las proporciones, la cual deriva en parte de los *Elementos* de Euclides y, mayormente, de la *Aritmética* de Boecio[5]. Mientras para Aristóteles, Averroes y gran parte de la tradición aristotélica de los comentarios a la *Física* y al *De caelo*, física y matemática deben permanecer esencialmente separadas, Bradwardine inicia un nuevo punto de partida que queda claramente expresado en la siguiente fórmula programática[6]:

[3] Véase Di Liscia 1993.

[4] De los numerosos trabajos de John Murdoch selecciono aquí únicamente Murdoch 1981 y 1982.

[5] La *Aritmética* de Boecio se basa, como es sabido, en la *Aritmética* de Nicómaco de Gerasa. Una traducción inglesa (de M. L. D'Ooge) con un excelente estudio preliminar de este último texto se encuentra en Robbins/Karpinski 1926. Para una buena presentación de la teoría de las proporciones en el siglo XIV véase Grant 1957 y Grant 1966.

[6] "Omnem motum successivum alteri in velocitate proportionari contingit; quapropter philosophia naturalis, quae de motu considerat, proportionem motuum et velocitatum in motibus ignorare non debet". Bradwardine, *De proportionibus velocitatum in motibus* (ed. Crosby 1955, p. 64).

todo movimiento succesivo puede ser puesto en proporción con otro; por lo cual, la filosofía natural, que estudia el movimiento, no puede ignorar las proporciones en los movimientos y en las velocidades.

La cuestión no es, por tanto, qué cosa sea el movimiento, sino qué relación matemática –qué proporción– habrá de aceptarse entre aquellos factores que lo causan, la fuerza F (*potentia*) y aquellos que lo detienen, la resistencia R. Como corrección de la ley aristotélica, que hoy podría ser expresada sencillamente con $V = \frac{F}{R}$, Bradwardine discute otras dos posibilidades (V= F–R y $V = \frac{F - R}{R}$) y propone una nueva ley expresable como $\frac{F_2}{R_2} = \frac{F_1^{\frac{F_2}{F_1}}}{R_1}$ (según la reformulación de Edward Grant[7]). Desde este punto de vista se lleva a cabo un análisis del movimiento "según la causa" (*quoad causam*). Bradwardine propone además un análisis adicional del movimiento según la cantidad de "lo adquirido" durante un cierto intervalo de tiempo. Ello vale para los tres tipos de movimiento, según la categoría de la cantidad, según la categoría de la cualidad, y según la categoría del lugar. En el primer caso, en el caso del movimiento cuantitativo, ocurrirá un aumento o disminución de la cantidad (con las dos posibilidades: igualdad de densidad y variación de volumen, o variación de densidad e igualdad de volumen), en el caso del movimiento local "se adquiere" espacio recorrido y, en el caso de la alteración, i.e. del movimiento cualitativo, se tratará de la "cantidad de la cualidad adquirida". Esta expresión encierra ya una analogía entre movimiento cualitativo y movimiento local que típicamente se lleva a cabo durante el siglo XIV[8]. Aquello que "se adquiere" es caracterizado como el efecto del movimiento y así, este tipo de análisis es llamado "según el efecto" (*quoad effectum*). Para el caso del movimiento local resulta de aquí un tipo de análisis que, en analogía con la física moderna, suele ser llamado "cinemático", i.e. en términos de espacio y tiempo. En realidad, el primer tipo de análisis –llamado a partir del siglo XIV análisis "*quoad causas*" de la velocidad– corresponde al enfoque "*a priori*" de la metodología aristotélica y, a su vez, al tipo de demostración llamada "*demonstratio propter quid*". El segundo tipo de análisis –llamado a partir del siglo XIV análisis "*quoad effectus*" de la velocidad– corresponde al enfoque "*a posteriori*" de la metodología aristotélica y, a su vez, al tipo de demostración llamada "*demonstratio quia*"[9].

[7] Grant (1966, p. 21).

[8] Ver especialmente Maier 1968.

[9] Según el estado actual de la cuestión fue Richard Swineshead el primero en reformular la distinción de Bradwardine en términos de "*quoad causam*" y "*quoad effectum*". La identificación del análisis escolástico "*quoad effectum / quoad causam*" con nuestra moderna distinción entre cinemática y dinámica es un anacronismo que podría ser evitado considerando la metodología aristotélica y su función en la ciencia medieval. Para una discusión más extensa de este punto ver Di Liscia 1997.

El análisis según los efectos de la velocidad está directamente vinculado al campo de investigación (2): el aumento y disminución de las formas o cualidades. Bajo "forma" o "cualidad" se ha de entender una cualidad accidental, como "blanco" o "frío", capaz de experimentar aumento y disminución[10]. También en este caso se verifica un cambio radical de perspectiva: los textos de los calculadores no discuten, en general, la ontología del proceso de intensificación sino las distintas formas de describir matemáticamente tal proceso. Dado que la velocidad puede ser conceptualizada como una cualidad del móvil, un análisis del proceso de aumento y disminución de la velocidad no es otra cosa que un análisis del concepto de aceleración. Así, sobre todo en las obras de William Heytesbury y Richard Swineshead se arriba a una definición más adecuada de algunos conceptos físicos básicos, como movimiento uniforme (*motus* o *velocitas uniformis*), movimiento variado (*motus difformis*) y sus subgéneros: (a) *uniformiter difformis* y (b) *difformiter difformis*. Paralelamente a esta clasificación es necesario tener en cuenta que las cualidades son en la escolástica reducibles a la ontología subyacente básica de "*permanentia*" y "*successiva*". En pocas palabras: todo lo existente se compone de partes que o bien existen independientemente del tiempo (las partes de un cuerpo cualquiera, las partes de una cualidad cualquiera) o bien dependen del tiempo (las partes del movimiento). Así, es menester siempre considerar si la cualidad en cuestión es p.e. "*uniformiter difformis*" con respecto al *subiectum* o con respecto al tiempo. En este último caso se tratará de una cualidad que aumenta o disminuye uniformemente en un determinado intervalo de tiempo; en el primer caso se tratará de la distribución de la cualidad sobre un cuerpo, sin tomar en consideración el factor tiempo[11]. Uno de los aspectos más interesantes de la tradición de los calculadores es el intento de encontrar reglas de reducción de los movimientos más complicados (i.e. más variados) a los menos complicados. Dos ejemplos bien conocidos son la llamada "regla de Merton" o "teorema de la velocidad media", que discutiremos más abajo, y la demostración de que existe un límite en el aumento del espacio recorrido para determinados casos en los cuales la velocidad, sin embargo, aumenta *ad infinitum*[12].

[10] Así, quedan excluidas de este tipo de análisis las llamadas "formas sustanciales", como "fuego", que no admiten intensificación: un fuego no es más fuego que otro porque sea más intenso.

[11] Es evidente que estoy dando una presentación global. Entre otras dificultades que no pueden ser discutidas aquí sea cuanto menos mencionado el hecho de que la velocidad admite, como Oresme subraya, ambos tipos de consideración, *secundum subiectum* y *secundum tempus*. Ver Oresme *CQM* II.1 (ed. Clagett 1968, p. 270–273).

[12] En el *Liber calculationum* de Swineshead se encuentra una discusión (y prueba) de la serie que reformulada en términos modernos podría ser expresada como $1\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}+3\frac{1}{8}+4\frac{1}{16}+\cdots+n\frac{1}{2^n}+\cdots=2$. Directamente conectada con esta serie reaparece en Oresme una discusión y una prueba geométrica de la serie $1+2\frac{1}{2}+3\frac{1}{4}+\cdots+n\frac{1}{2^{n-1}}+\cdots=4$. En Swineshead "2" indica el valor total de la "*qualitas*", para lo cual Swineshead emplea también el término "*latitudo*". Oresme emplea conscientemente este término solamente para la representación geométrica de intensidades instantáneas. Así, "4" indica para él la "*quantitas totalis*" de la cualidad o de la veloci-

Obtener una descripción adecuada de los procesos de aumento y disminución en las cualidades y los movimientos, supone también poder establecer con exactitud los límites, dentro de los cuales tienen lugar tales procesos. Tal es el marco de discusión típico en la literatura tardomedieval y renacentista sobre *maxima et minima*. En buena parte, este tipo de temática parece haber sido motivada más por problemas conceptuales dentro del análisis causal que dentro del análisis según los efectos del movimiento. En el análisis causal se trata de ajustar de manera convincente la relación entre las causas (*potentiae*) que producen el movimiento y los factores que lo retardan (*resistentiae*). Cuando Sócrates levanta una piedra del suelo, ejerce una *potentia* P_s, la cual, según un axioma aristotélico-escolástico debe ser siempre mayor que la resistencia R_p a vencer de la piedra: $P_s > R_p$. Si ello no ocurre, el movimiento no tendrá lugar, o podrá tener lugar en la dirección contraria. Vale preguntarse entonces si existe un máximo de la fuerza de Sócrates. Supongamos que sí; y sea Max_s ese máximo. Entonces, dado que $P_s > R_p$ existe un exceso E de P_s sobre R_p que es una magnitud continua (P y R pueden además ser comparadas porque son magnitudes del mismo género). Si E es un continuo, puede ser dividido al infinito. Sea así $E/2$ la mitad del E original. Si P_s puede actuar, como se ha supuesto, entonces P_s puede vencer no sólo R_p sino $R_p + E/2$. Por tanto, no es correcto decir que existe un máximo Max_s para la fuerza P_s de Sócrates. En este caso será recomendable decir que existe un mínimo que Sócrates no puede vencer. El primer caso, que aquí queda excluido, es el de la determinación de P_s como un *maximum quod sic*; el segundo caso, que sí debe ser admitido, es el de la determinación P_s como un *minimum quod non*. Ello significa que en este caso particular la potencia de Sócrates deberá ser determinada según el menor de todos los pesos que Sócrates no pueda levantar[13]. Una distinción semejante puede ser llevada a cabo para los términos *minimum quod sic* y *minimum quod non*. El texto *EUD* que analizaré más abajo traslada este tipo de argumentación, como lo hace frecuentemente Heytesbury, su fuente principal, al análisis de las cualidades y movimientos.

3. El manuscrito y el texto

3.1. *Descripción general del manuscrito*[14]

Ms. **P** refleja bastante fielmente los intereses de la Facultad de Artes de París durante las últimas décadas del siglo XIV. Con excepción de un

---

dad correspondiente, la cual para el caso particular del movimiento local coincide con el espacio recorrido (véase Oresme *CQM* III.8, ed. Clagett 1968, 412–417. Para más detalles sobre Swineshead véase Murdoch/ Sylla 1976. El pasaje en cuestión se puede leer correctamente –pero con algunas dificultades– en la edición de Venecia: Swineshead 1520, Lib. II, f. 6^{v}b).

[13] Este ejemplo se encuentra en las *Probationes conclusionum* atribuidas a Heytesbury en la edición de 1494 (f. 194^{r}a). Ver Wilson 1960 (pp. 66 y 181).

[14] Mi trabajo fue realizado empleando un microfilm del *Lehrstuhl für Geschichte der Naturwissenschaft* – Ludwig–Maximilians–Universität München (Professor Dr. Menso

texto puramente teológico (el N° 7) incluye textos filosófico-científicos sobre física o filosofía natural, geometría, aritmética, astronomía y óptica. La mayoría de las obras son atribuidas a Nicole Oresme y a Heinrich von Langenstein (tambien llamado Heinrich von Hesse) o son de ellos. A ellas se agregan el *De anima* de Pierre D'Ailly –activo en el Colegio de Navarra– y el texto *EUD*, el cual, sin duda, ha surgido en este contexto. En la siguiente descripción general me he propuesto actualizar la descripción original del catálogo de Martin, incorporando –y revisando– toda la información hasta ahora conocida.

P = Paris, Bibliothèque de l'Arsenal, Lat. 522.

- **Caracterización material:** 187 ff., pergamino. Foliación en el margen superior derecho. En muchos casos existe una numeración doble. Para el texto 3 fue agregada la numeración doble [32r(bis)a] con el objeto de no provocar alteraciones a partir del texto 4.
- **Bibliografía**: a causa de la importancia de muchos de los textos contenidos en él, este manuscrito ha sido objeto de varias investigaciones particulares. Martin (1885, vol. 1, pp. 370-372) ofrece la descripción general en la que se basan todas las posteriores. Según el estado actual de la investigación su descripción es errónea o insuficiente en relación a los textos 2, 4, 7, 9, 11, 12, 13 y 14. Descripciones parciales con importantes correcciones a la descripción de Martin se encuentran en Thorndike 1923–58 (vol. 3, pp. 746-747), Clagett 1968 (pp. 147-148), Smith 1954 (p. xxix), especialmente Grant 1971 (pp. 165-167) y Pluta 1987 (pp. xvi-xvii y xxvii). El texto N° 3 transcrito en este artículo ha pasado inadvertido hasta ahora.
- **Proveniencia**: Bibliothèque du Collège de Navarre (f. 187v: "iste liber est librarie parve Artistarum in regali collegio Naverre" [sic]). El manuscrito fue transportado a la Bibliothèque de l'Arsenal en el marco de las confiscaciones realizadas durante la Revolución Francesa.
- **Copista**: Todo el manuscrito ha sido escrito a dos columnas por una única mano. El copista, Johannes Monachus, menciona su nombre al final de los textos 3, 4 y 13. Como observan Grant y McCue, un cierto "Johannes Monachus" aparece en un registro de la Facultad de Artes del Colegio de Navarra de París datado en 1411 (Grant 1971, p. 166, n. 11, McCue 1961, p. xxiii).
- **Datación**: Es casi seguro que el manuscrito ha sido copiado a fines del siglo XIV. Puesto que Pierre D'Ailly (1350-ca.1420) es mencionado en el *explicit* del texto N° 4 (f. 56v) como obispo de Puy en Velay, es decir según un cargo que tuvo entre 1395 y 1398, Martin propone una datación entre 1395 y 1398 (así también Clagett 1968 y Grant 1971). Después de esa fecha el copista se hubiera referido a Pierre D'Ailly como obispo de Cambrai. Como argumenta Olaf Pluta (1987, S.18), el límite superior de este período puede ser reducido, teniendo en cuenta el nombramiento de Pierre D'Ailly como *Episcopus Cameracensis*, a 15.11.1396. Así el manuscrito tiene que haber sido copiado durante el período 2.04.1395-15.11.1396[15]. Es necesario recodar que –como advierten Martin y Grant– es al

Folkerts). Por su amable cooperación agradezco además a Danielle Muzerelle, *Conservateur en chef chargée des manuscrits* de la Bibliothèque de l'Arsenal.

[15] "Wird Peter von Ailly im Explicit einer Handschrift also etwa als *episcopus Aniciensis* bezeichnet, nicht jedoch als *episcopus Cameracensis*, ist die Handschrift datierbar auf den Zeitraum 2.4. 1395 – 15.11. 1396" (Pluta 1987, p. VII). Estoy especialmente agradecido al Dr. Olaf Pluta por haber discutido pacientemente conmigo varios

menos teóricamente posible que Johannes Monachus no haya escrito de su propia pluma tal observación en el momento de la copia, sino que simplemente la hubiera copiado de un códice ya existente (de hecho, Pruckner [1933, pp. 10-11] sugiere "bald nach 1400" como fecha más probable a partir del tipo de escritura empleada). Así, la fecha anteriormente dada representaría tan sólo un *terminus post quem* para un manuscrito copiado posteriormente, aunque según Grant "surely not later than the fifteenth century" (Grant 1971, p. 166). Sin embargo, aunque una tal posibilidad no puede ser descartada, puede ser considerada sin embargo como muy poco probable. En primer lugar porque no existen otros datos que fortalezcan una tal hipótesis y, en segundo lugar, porque tenemos pruebas de que el copista agregó "otras cosas" al texto N° 2 (el texto 3) y, por tanto, parece no estar copiando la información de un *explicit* ya previamente existente, sino produciendo su propio *explicit*. Este "dato" fortalece, por su parte, la hipótesis de que Johannes Monachus, el copista, habría producido también él mismo el *explicit* con la información sobre Pierre D'Ailly en el texto 4.

– **Contenido**:

1. f. 1ra–29ra: Nicole Oresme: *Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum*: **Inc.** "Cum ymaginatione veterum de difformitate...". **Expl.**: "... quedam elementa sufficiant gratia exercitii. Deo gratias. Explicit tractatus de configurationibus qualitatum qui vulgari nomine vocatur de latitudinibus formarum etc.". Por otra mano, en el margen interno: "incipit alius tractatus"; en el margen superior: "alius tractatus de latitudinibus formarum sequitur". Ed. Clagett 1968, sobre este Ms. ver pp.147-148, p. 434, n. 31-32.
2. ff. 29ra–32rb: Jacobus de Sancto Martino: *Tractatus de latitudinibus formarum*: **Inc.**: "Quia formarum latitudines multipliciter variantur...". **Expl.**: ..."ex dictis que considerando faciliter possent occurere. Ideo pertranseo ipsa (32rb) [Inserción del texto 3]... Et sic est finis huius. Explicit liber latitudinum formarum cum quibusdam aliis scriptus per manum Johannis Monachi compositus per Dominum Oresme". (33ra). Mención en Clagett 1953 (p. 397, Anm. *). Ed. Smith 1954, p. xxv (Ms. **P**). La atribución a Oresme es falsa. Desde A. Maier (1952, pp. 377-380) se asume a Jacobus de Sancto Martino como su autor; lo cual es aceptable pero tampoco completamente seguro. Sobre la tradición de este texto conocido hoy en más de 50 manuscritos y 4 ediciones antiguas ver Di Liscia 2007. **P** es el único Ms. conocido hasta ahora de origen parisino.
3. ff. 32rb–32(bis)ra: Johannes Monachus(?): *<Excerpta de uniformitate et difformitate qualitatum>*: **Inc.**: "De uniformitate et difformitate qualitatum est sciendum quod qualitas quedam...". **Expl.**: ex proportione sexquialtera que est trium ad duo tanquam ex suis partibus integrantibus. Et sic est finis huius. [sigue el explicit del texto 2: "Explicit liber latitudinum formarum *cum quibusdam aliis...* "]. F. 32bis fue cortado longitudinalmente (32bis, columna b: falta). Este texto fue insertado entre el final y el explicit del texto anterior. Edición al final de este artículo. Ver además **2.2**. Johannes Monachus festeja el final de su labor agregando el siguiente dístico elegíaco[16]:

aspectos relativos a la datación del códice en todo detalle y por haber puesto a mi disposición sus conocimientos relativos a la biografía de Pierre D'Ailly, los cuales han resultado –especialmente a causa del Explicit del texto N° 4– de inapreciable valor.

[16] Se trata de una adaptación de Ovidio, *Remedia amoris* (811-812):

Hoc opus exegi: fessae date serta carinae
Contigimus portus, quo mihi cursus erat.

El mismo verso se repite casi textualmente al final del texto 13. Por colaboración en la

Hoc opus exegi fesse date velà carine.
Contingimus portum quomodo navis eat.

– f. 32(bis)^{v}: vacío.

4. ff. 33^{r}v–56^{r}b: Pierre D'Ailly [Petrus de Alliaco]: *Tractatus de anima*. **Inc**: "Veterum tradit auctoritas divinum fuisse Apollinis illud oraculum ...". **Expl**.: "Explicit liber de anima inchoatus et compilatus per reverendum in Christo patrem magistrum Petrum de Ally, sacre theologie professorem Aniciensem episcopum Suessionensis diocesis oriundum, scriptus per manum Johannis Monachi, eiusdem diocesis oriundi. Deo gratias" (56v, *ibidem* Martin und Grant). Ed. Pluta 1987 (Teil II, sobre este Ms. pp. XVII–XVIII).
   – f. 56v: vacío.
5. ff. 57^{r}a–65^{v}b: Heinrich von Langenstein: *De reducctione effectum specialium in virtutes communes*. [*Rubr*. : "Tractatus de reductione ... communes. editus a magistro N. Oresme vel de Hassia"]. **Inc**.: "Propter admirari inceperunt antiqui homines philosophari ...". **Expl**.: "... invenitur forcius malignis spiritibus, etc. Finis est huius libri. Deo gratias. Explicit tractatus de reductione effectum in virtutes communes et ad causas generales"). Véase Hohmann 1976, p. 414 [N°160] y 423; Steneck 1976, p.195. Una observación en f. 64v (margen sup.) de otra mano probablemente contemporánea a Johannes Monachus parece señalar que Oresme no es el autor ("... non est Nicolai Oresme...").
6. ff. 66^{r}a–87^{r}b: Heinrich von Langenstein: *Questiones super perspectivam*. **Inc**.: "Presens huic operi sit... [Questio 1]: utrum lumen multiplicetur per radios, et arguitur primo quod non ...". **Expl**.: "...viridis. Et sic est finis questionis et per consequens tocius libri. Explicium questiones comunis perspective edite a magistro Henrico de Hacia sacre pagine professore. Deo gratias et sic est finis". Según Lindberg fueron impresas en Valencia en 1503. Ver Lindberg 1975 para otros 4 Mss. (pp. 62-63, N° 87) y Steneck 1976 (pp. 195-196).
   – f. 87v: vacío.
7. ff. 88ra–88(bis)^{r}a: Nicole Oresme: *Tractatus de communicatione idiomatum in Christo* [*Rubr*.: "De communicatione ydiomatum"]. **Inc**.: "...nascebatur de virgine ergo si nascebatur de...". " ...et sic est finis huius. Explicit tractaus de comunicationibus ydiomatum. Hec est(*!*) consequentie apparentes et non existentes necessarie recollecte ex capitulis ... [88^{r}(bis)a]" (=Borchert 1940, p. 38*, lin. 16-17). **Expl**.: "...ad corrigiendum. Et sic finis est huius. Explicit totus tractatus de communicatione ydiomatum editus a magistro Nycolao Oreme, sacre theologiae et septem artium liberalium profundo professore". Comienzo trunco; se conserva solamente la última parte del texto. Ed. Borchert 1940 a partir de otros 10 Mss. (ver p. 4*; sobre este Ms. ver p. 19).
8. ff. 88(bis)^{r}a–98^{v}b: Heinrich von Langenstein: *Tractatus de habitudine causarum et influxu nature communis*. **Inc**.: "Quia scire vellem modum naturalis amministracionis...". **Expl**.: "...patet propositum et sic finitur presens tractatus. Deo gracias. Explicit tractatus de habitudine causarum et influxu nature communis etc.". Edición fue anunciada por P. Pirzio en 1969. Véase Hohmann 1976, pp. 415 [N°176] y 423; Steneck 1976, p. 194.
9. ff. 98(bis)^{r}a–106r: Heinrich von Langenstein: *Quaestio de cometa*. **Inc**.: "Anno domini millesimo trecentesimo sexagesimo a vigilia ...". **Expl**.: "...taliter dicta et sic est finis huius libri deo gratias. Explicit tractatus disputativus cum astrologis super judiciis aparitionum cometarum et est totum unica questio".

identificación y comprensión de este pasaje agradezco a mi colega del *Thesaurus linguae latinae (Bayerische Akademie der Wissenschaften)* Dr. Heinrich Breimeir.

Ed. a partir de este y otros 6 Mss. Pruckner 1933, pp. 89-138 (sobre este Ms. pp. 10-11). Ver además Clagett 1968, p. 147; Hohmann 1976, p. 402 [N°13].

10. ff. 106ʳa–109ᵛa: Heinrich von Langenstein(?): *Tractatus "Dici de omni magistri"*. [*Rubr.* "Tractatus qui intitulatur Dici de omni magistri Henrici de Hassia"]. **Inc.**: "Inquisiturus de Dici de omni secundum intencionem philosophorum...". **Expl.**: "...per eam defensemur. Explicit tractatus qui intitulatur Dici de omni reverendi et excellentissimi doctoris magistri Henrici de Hassia. Deo gracias". La atribución a Heinrich en el explicit es clara, pero, a juzgar por otros errores del mismo copista, poco confiable. Hohmann 1976, p. 410 [N°108] parece atribuir este texto a Nicole Oresme, lo cual es poco sostenible. Steneck 1976, p. 195 incluye este texto en este y otros 3 Mss. en su lista de la obra de Heinrich von Langenstein.

11. ff. 110ʳa–121ʳa: Nicole Oresme: *Tractatus de commensurabilitate vel incommensurabilitate motuum celi*. **Inc.**: "Zenone et Crisippum maira egisse... ". **Expl.**: "... super hoc iudex decrevit Apollo". Ed. Grant 1971 a partir de este y otros 6 Mss. Como observa Grant, Martin no pudo identificar este texto y lo consideró parte del texto inmediatamente siguiente, del *Algorismus proportionum*. A ello se agrega el hecho de que Martin, partiendo de ese error, trata las tres partes del *Algorismus* como si fueran dos textos distintos (según Martin: N° 10: *Alg. prop.* y N° 11: "proportions géométriques"). Para más detalle véase Grant 1971, pp. 166-167.

12. ff. 121ʳa–125(bis)ʳa: Nicole Oresme: *Algorismus proportionum*. **Inc.**: "...Algorismus proportionum reverende presul meldensis...". **Expl.** (final del texto): "de quibus determinatum est sufficienter. Explicit algorismus proportionum" (f. El texto continúa fragmentariamente hasta 125(bis)ʳa, que termina abruptamente: "...hec proportio est medietas triple sic". Ed. Curzte 1868 según el único Ms. Torún, *Königliche Gymnasialbibliothek °R. 4°. 2*. Para una edición con ese y otros 12 Mss. véase Grant 1957 (pp. 284-355, sobre este Ms. en pp. 309-311). Las "proportions géométriques" que Martin (*op. cit.*) da como N° 11 son sólo la tercera parte del *Algorismus proportionum* (Grant 1957, p. 310). Estudio y traducción de la primera parte en Grant 1965.
– 125(bis)ᵛ: vacío.

13. ff. 126ʳa–168ᵛb: Symon de Castello: *Tractatus de proportionibus velocitatum in motibus*. [*Rubr.* : "De velocitate motuum"]. **Inc.**: "Ut circa ardua asperaque fantasmata ex difformibus ac multifariam... ". **Expl.**: "...prohibeat testimonium veritatis. Explicit tractatus de proportionibus velocitatum in motibus compilatus per magistrum egregium Nicolaum Oresme, scriptus Parisius per manum Johannis Monachi, Suessionensis diocesis, scriptus in vigilia sancti Pauli". Johannes Monachus repite el verso citado al final del texto 3 (reemplaza "navis" por "finis"). Único manuscrito conocido de este texto. La atribución a Oresme es errónea, como ha demostrado McCue. Para una edición y una discusión completa véase McCue 1961. Sobre problemas de datación de este y otros textos de S. de Castello véase G. F. Vescovini 1983, pp. 213-229.

14. ff. 169ʳa–187ʳb: Johannes Hollandrinus: *Tractatus de instantibus*. **Inc.**: "Circa tractatum de instantibus intendo primo per ordinem ponere quasdam regulas...". **Expl.**: "...Est finis tractatus de instantibus. Oresme de instantibus. Explicit tractatus de instantibus". La atribución a Oresme en este manuscrito es, como ha demostrado Zoubov (1958), errónea. Otras 6 copias de este texto se encuentran en: 1. Oxford, Bod. Lib., Can. misc. 177; 2. Venecia, BNM, Lat. VI 155; 3. Venecia, BNM, Lat. VI 62; 4. Venecia, BNM, Lat. VI 30; 5. Paris, BN, lat. 16401; 6. Boston, Boston Medical Lib. 41. Para más información ver Wilson 1960 y Ward 1985. El último Ms. es mencionado solamente por Ward,

sin otras referencias. La fuente de esta información es probablemente el suplemento de Bond/Faye al *Census* de De Ricci. Aquí se menciona claramente un Ms. 41 que contendría las *Quaestiones super tegni Galeni* de Jacobus de Forlivio (ff. 4–136v), un médico italiano bien conocido por aplicar "*calculationes*" en su famoso *Tractatus de intensione et remissione formarum* (Venecia, 1494) (Bond/Faye 1962, p. 206) y, efectivamente, de Johannes de Hollandia: *De primo et ultimo instanti* (ff. 194-199v). El Ms. habría sido escrito en Italia a mediados del siglo XV. El *explicit* de Oxford 177 es especialmente importante porque concentra la poca información biográfica conocida sobre Johannes Hollandrinus: **Expl**.: "Explicit tractatus de instanti magistri Johannis de Halandy in universitate Pragii sub anno Domini 1369 compilatum et scriptum per Donatum de Monte, anno Domini 1391 die 3 Setembris Padue ..." [según Wilson (1960, p. 175, Anm. 71) fol. 74^{r}b]. Johannes Hollandrinus es considerado una figura central en la difusión de las nuevas ideas provenientes de los *calculatores* de Oxford en Europa central (ver Clagett 1959, pp. 247-253, 629-671). Este ***explicit*** da la atribución inequívoca a Johannes Hollandrinus, la fecha de composición y el lugar: Praga 1369. El copista Donato del Monte llevó a cabo su trabajo en Padua en 1391. Para una edición de parte de la obra lógica de Johannes Hollandrinus y un elenco general de Mss. ver Bos 1985.

3.2. *EUD [texto N° 3]: el carácter general del texto y su posible autor*

EUD podría ser considerado, aparentemente, como un "fragmento". Pero una tal caracterización no sería del todo adecuada, puesto que, en sentido estricto, *EUD* no representa una parte de otro texto (como por ejemplo el texto N° 7). Si así fuera, *EUD* presentaría un comienzo y/o un final abrupto, la mayoría de las veces además arbitrario. *EUD*, en cambio, es un texto breve que presenta un orden expositivo más o menos *standard*; en este sentido parece ser más bien un *resumen* de un texto mayor o bien un texto independiente corto, escrito para completar o aclarar los dos textos mayores copiados antes.

¿Quién será el autor? Si lo anterior es correcto, el "autor" es, en rigor, el autor de una compilación. Los dos textos mencionados son, como se puede apreciar en la descripción anterior, el tratado *CQM* de Oresme y el tratado *LF*. Ambos son atribuidos por el copista, Johannes Monachus, a Nicole Oresme. Johannes Monachus, como es evidente, utiliza la expresión "*latitudines formarum*" en una forma bastante laxa[17]. Él mismo advierte con respecto a *CQM* que este texto "*vulgari nomine vocatur* de latitudinibus formarum". A continuación copia el texto que efectivamente se llama *De latitudinibus formarum* (LF), agregando "algunas otras cosas" (*cum quibusdam aliis*) antes de dar el explicit de *LF* pero incluyendo esta aclaración en el explicit de *LF* (ver **Ilustración 1**). Es casi imposible provocar más confusión.

Nuestro texto *EUD* son esas "algunas otras cosas" incluidas al final de *LF*. De hecho, ésta es una caracterización general que resulta adecuada a *EUD*. Dado que, como es bastante habitual en este contexto, el copista de un texto es muchas veces un *magister* que tiene que utilizarlo para enseñar,

[17] Este punto es discutido en detalle por Clagett 1968, pp.147-148.

o un estudiante, o, en general, alguien que está interesado en el contenido del texto y que probablemente entiende más que un "copista ciego", y puesto que tenemos la información de un Johannes Monachus activo en el Colegio de Navarra –al cual, por tanto, con buenas probabilidades lo podemos identificar con nuestro copista– me parece altamente probable que el "autor" o "compilador" de *EUD* sea el mismo copista.

En resumen: Johannes Monachus, un miembro en alguna manera activo en el Colegio de Navarra en París, tenía interés objetivo en el contenido de los escritos copiados en el Ms. Paris, Bibliothèque de l'Arsenal, Lat. 522. Para mejor uso y comprensión de los dos primeros textos "compuso" un breve texto, nuestro *EUD*, y lo incorporó inmediatamente al conjunto, luego de copiar *LF*. Su composición no es original sino, como veremos, se basa casi completamente en textos ya conocidos de los *calculatores* (especialmente en las *Regulae* de Heytesbury). Es probable también que Johannes Monachus haya empleado para su compilación *EUD* un texto hasta ahora no conocido, el cual se deja finalmente reconducir en gran parte a Heytesbury. De hecho, existe un texto *De uniformitate et difformitate*, que representa un estadio intermedio entre las *Regulae* de Heytesbury y el famoso *CQM* de Oresme. Este texto puede haber servido como base al *EUD* de Johannes Monachus. Pero sobre esto, en un próximo trabajo[18].

4. El contenido de *EUD*

EUD presenta una estructura bastante habitual. En primer lugar son explicados los conceptos de uniformidad y "no-uniformidad" (*uniformitas* y *difformitas*) en las cualidades. Luego se refiere a ambos conceptos en el movimiento; distingue, como es frecuente en la escolástica, los tres tipos usuales de movimientos: local, cuantitativo y cualitativo. El texto fue estructurado usando explícita o implícitamente algunos *notanda*. Al final se mencionan sucintamente, en forma de *quaestiones*, dos temas típicos en este género de textos: el teorema de la velocidad media y la llamada regla del "*medium interpositum*".

4.1. *Las cualidades*

EUD trata las cualidades desde un punto de vista exclusivamente estático. Esto significa que se considera únicamente la distribución de la cua-

[18] Roma, Bibl. Casanatense 267, ff. 120r–129r : **Inc.**: "De uniformitate et diformitate (*sic!*) est sciendum quod quedam qualitas est uniformis et quedam diformis. Uniformis est cuius quedam pars est eque intensa cum toto, ita quod non sit intensio in una parte quam in alia ...." (120r). **Expl.** : "... unde patet quod totum pertransitum in hora ad pertransitum in prima sui parte esse sicut 7 ad duo que est proportio tertia sexquialtera, quod fuerat in principio demonstratum" (129r). Mi conocimiento de este texto todavía no es completo, pero ya puedo adelantar que varios pasajes están casi literalmente tomados de las *Regulae* de Heytesbury.

lidad *"secundum subiectum"*, pero no su desarrollo temporal. En primer lugar se diferencia entre cualidad uniforme y "disforme" (variada). Esta última puede, a su vez, presentar o no una uniformidad dentro del cambio.

La cualidad uniforme es definida como aquella cualidad que posee igual intensidad en todas sus partes (o más exactamente: hay uniformidad cuando cada parte es "igualmente intensa como el todo", i.e. cada parte como cada otra). Ejemplos típicos de cualidad son el color blanco, o "la blancura", y el calor. Considerando la distribución de la cualidad en un cuerpo se podría también hablar de un "cuerpo uniformemente cálido".

En el segundo punto se señala la necesidad de distinguir entre "mayor" y "más intenso" para el caso de una cualidad uniforme. "Mayor" es una medida que se toma por extensión. Así, ¼ de la extensión del cuerpo contiene naturalmente ¼ del total de la cualidad si ella está distribuida uniformemente. De allí que sea correcto, por tanto, decir que la "blancura" de todo el cuerpo es "mayor" que la blancura que hay en una parte del cuerpo. Este tipo de medida es, sin embargo, insuficiente para magnitudes intensivas[19]. Si Sócrates, por ejemplo, posee la cualidad B ("ser blanco") en un grado suficientemente bajo en todo su cuerpo menos en uno de sus dedos, y este dedo tiene un grado suficientemente alto de esa cualidad (digamos para facilitar el ejemplo: para todo Sócrates sin el dedo el máximo, y para su dedo solamente el mínimo) entonces es correcta la afirmación según la cual este dedo de Sócrates es más blanco que el resto del cuerpo. En *EUD* se emplea para la consideración de intensidades el criterio general, corriente entre los *calculatores* del Merton-College, de la "distancia al mínimo"[20]. Así, la expresión "más intenso" para una cualidad es una medida establecida por la "distancia" al "non gradus" de la misma cualidad, o bien, lo cual es lo mismo, por alejamiento del máximo de la cualidad contraria. Con otras palabras: si se define un máximo para la cualidad B (= blanco) y se toma un mínimo tendiente a cero, que es el *"non gradus"* de esa cualidad, entonces, cuanto más se aleje la cualidad B del mínimo, tanto más intensa será (i.e. el blanco será "más blanco", más intenso). Lo cual es equivalente a decir que B se alejará del máximo de la cualidad N (= negro) que es la cualidad opuesta a B, porque, naturalmente, el mínimo de blancura corresponderá al máximo de "negrura", y a la inversa.

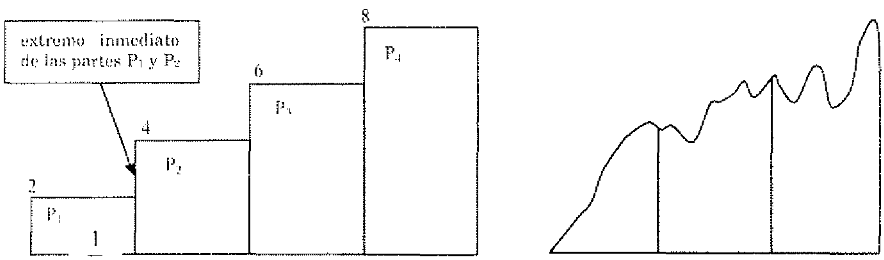
La cualidad "disforme" puede presentar una regularidad (*uniformiter difformis*) o ser completamente irregular (*difformiter difformis*). Se trata,

[19] Los trabajos de A. Maier sobre las magnitudes intensivas siguen siendo todavía de gran provecho. Ver especialmente Maier 1958 y Maier 1968.

[20] Éstas son las tres posiciones que Richard Swineshead discute al comienzo de su *Liber calculationum*: "Prima positio ponit quod intensio cuiuslibet qualitatis attenditur penes appropinquationem ad summum seu ad gradum intensissimum illius latitudinis et remissio penes distantiam a gradu summo. 2ª positio ponit quod intensio habet attendi penes distantiam a non gradu et remissio penes distantiam a gradu intensissimo. 3ª positio dicit quod intensio attenditur penes distantiam a non gradu et remissio penes appropinquationem ad non gradum" (Swineshead 1520, Lib. I, f. 2ʳa). En *UDQ* se da, por tanto, una versión resumida de la tercera posición, la cual es, además, la misma posición que defiende Richard Swineshead. Para más detalle ver Murdoch/Sylla 1976, pp. 188-190.

en general, de una distinción bien conocida, la cual, de hecho, constituye el objeto central de estudio de una gran cantidad de textos pertenecientes directa o indirectamente a la tradición de los calculadores[21].

No obstante, *EUD* presenta dos aspectos que merecen ser destacados. En primer lugar es interesante notar que en *EUD* se lleva a cabo esta distinción según el tipo de límite entre las partes de la cualidad. Así, una cualidad *difformiter difformis* (= Qdd) es una cualidad tal que sus partes inmediatas difieren, naturalmente, según su intensidad, pero sus extremos inmediatos no están delimitados por el mismo grado[22]. En segundo lugar, es sorprendente que en *EUD* no se analice como caso de Qdd una cualidad que es completamente irregular (ejemplo b) sino una que varía como una "escalera" (ejemplo a), la cual presenta una notable regularidad; algo que ya es claramente visible en el *CQM* de Oresme, un texto que –vale recordar– Johannes Monacus acaba de copiar. Utilizando el método de representación geométrica de Oresme (el cual, vale destacar, no es mencionado ni usado en *EUD*), se puede explicar el ejemplo más fácilmente (Fig. 1). La cualidad A=Qdd (ejemplo a) consta de cuatro partes iguales en extensión (P_1, P_2 etc., cada una con ¼ de la extensión total), cuyas intensidades aumentan según los números pares. La definición de Qdd exige que los extremos inmediatos entre las partes no posean el mismo grado. Así, en el primer extremo inmediato entre P_1 y P_2, la parte P_1 tiene el grado 2 y la parte P_2 el grado 4 ; en el próximo extremo (si seguimos de izquierda a derecha), P_2 tendrá 4 y P_3 tendrá 6, y así sucesivamente. *EUD* define, por tanto, límites intrínsecos o inclusivos (*inclusive* o *intrinsece* son términos técnicos típicos en este contexto) para las partes de las cualidades, de modo tal que también el grado límite G de una parte de la cualidad *A* pertenece a esa parte. Ahora bien, si valen las mismas condiciones para las partes



A = *qualitas difformiter difformis* (a) *qualitas difformiter difformis* (b)

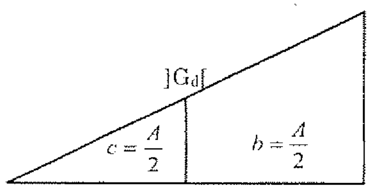
Figura 1
Dos ejemplos de una cualidad "disformemente disforme" en su respectiva representación geométrica

[21] Se pueden ver varios ejemplos en Clagett 1959, pp. 163-418 (especialmente pp. 210-212) y Wallace 1968.

[22] El texto necesita aquí la enmienda obvia pero esencial "non".

como para el todo, i.e. si el todo puede al menos ser tratado como una parte mayor a cada otra parte, lo que parece estar claramente indicado con la expresión "albedo *cathegorice* sumpta", entonces el grado límite de toda una cualidad pertenece a esa cualidad: $G_A \in A=Qdd$. Una parte P es comprendida, por tanto, como un intervalo cerrado, el cual, en este caso, contiene siempre el mismo grado, puesto que cada parte es uniforme: $P = [G_1=2, G_2=2, G_3=2, \ldots, G_{n-1}=2, G_n=2]$. El número de *n* depende de la cantidad de veces en que dividamos la extensión, la cual puede ser dividida potencialmente al infinito.

Siguiendo el mismo criterio, *EUD* define a continuación por vía afirmativa una cualidad *uniformiter difformis* (=Qud). Para la representación de este tipo de cualidades se emplea, aplicando el método de Oresme y de *LF*, un triángulo rectángulo (ver Fig. 2). La diferencia entre Qdd y Qud es expresada en el hecho de que en Qud en el extremo inmediato, por así decirlo: en el "grado de contacto", las partes de Qdd no tienen un grado común, mientras que en Qud ambas partes terminan en el mismo grado. En este caso se aplicarán, contrariamente a Qdd, límites extrínsecos (*extrinsice* o *exclusive* son los términos técnicos habituales) para las partes de la cualidad, de modo tal que el intervalo será un intervalo abierto, el cual es delimitado por el grado inmediatamente subsiguiente que *no* pertenece al intervalo dado. Aunque el texto de *EUD* parece a primera vista poco claro en este pasaje, la idea principal resulta, no obstante, suficientemente clara: sea la cualidad A=Qud, cuyas partes c y b son mitades *extensivas* de A, tales que b es la parte más intensa. Entonces, G_d es el grado límite externo superior de c y el límite externo inferior de b (en el primer caso "$]G_d$" y en el segundo "$G_d[$"). En ambos casos, G_d delimita el intervalo exteriormente. Según esta definición una cualidad Qud debe ser divisible arbitrariamente en partes tales que posean un grado común como límite respectivo. Este límite es visto además como un límite externo para ambas partes. Esta idea, que puede parecer sorprendentemente moderna, es todavía aclarada en *EUD* con el método lógico de los *exponibilia*, según el cual la explicación anterior conteniendo el término "*exclusive*" ha de ser reformulada de la siguiente manera: "*d* no pertenece a *c* [= "*d* no está en *c*"]



A: qualitas uniformiter difformis

Figura 2

Los límites de una cualidad "uniformente disforme" representada geométricamente por un triángulo rectángulo y cualquier grado más débil que *d* pertenece a *c*. Por tanto, el grado *d* es el más débil que no pertenece a *c*" (lín. 37-38)[23]. Lo mismo *mutatis mutandis* para la parte más intensa: G_d es "el grado mayor de todos los menores" que no pertenecen a *b*. Así, para el grado límite de una cualidad, o de una parte de una cualidad –como en este caso–, vale que ese grado no pertenece a la cualidad o a la parte respectiva ($G_c \notin C$, donde C es una Qud o una parte de ella).

4.2. *Los movimientos*

La segunda parte de *EUD* trata del movimiento, entendido éste –como ha sido dicho anteriormente– según la concepción aristotélica tradicional que incluye los tres tipos de movimiento: local, cualitativo y cuantitativo. En coincidencia con el enfoque de los calculadores *EUD* omite las discusiones de carácter ontológico relativas a la esencia del movimiento, de las cualidades y del proceso de aumento y disminución intensivo. El asunto central es siempre la "*mensura*" del movimiento, i.e. su tratamiento cuantitativo, lo cual queda ejemplarmente puesto de manifiesto en la expresión "*habet attendi penes...*" y otras equivalentes. Cabe destacar además, que en esta segunda parte es donde mejor se puede apreciar la falta de originalidad del texto: en su mayor parte él puede ser reconducido a las *Regulae* de Heytesbury; en varios pasajes casi literalmente.

La distinción anterior para las cualidades es nuevamente introducida con respecto al movimiento en general. Se comienza con el caso especial del movimiento local, el cual es *uniformis* o *difformis*. Contrariamente al pasaje anterior sobre las cualidades, *EUD* define, de hecho, solamente uno de estos casos y, ciertamente, lo hace de una forma bastante confusa. El caso definido es –si mi enmienda al texto es correcta–, el *motus uniformis*: "un movimiento uniforme es aquél en el cual con igual velocidad se recorre continuamente en una parte igual de tiempo un espacio igual" (lín. 49-50)[24].

[23] Una proposición "exponible" es una proposición con sentido oscuro que debe ser reducida a otra con el mismo valor de verdad (y el mismo significado) en la cual el o los términos originales oscuros hayan sido reemplazados por otros "más conocidos" (eventualmente se habla también de un "término exponible"). Durante la Edad Media tardía y hasta el siglo XVI la discusión sobre los distintos tipos de *exponibilia*, las técnicas de solución y sus fundamentos filosóficos contituye un capítulo altamente complejo de la lógica y la filosofía del lenguaje. Un trabajo excelente ha sido realizado por Ashworth, en el cual, sin embargo, no ha sido incluido el análisis de aquellos *exponibilia* que, como en este caso, eran de uso corriente en la reformulación de *sophismas* físico-matemáticos o de proposiciones empleadas en ellos (1973, p. 138). Tal parece ser la "exposición" ("et sic debet *exponi..*") que ocurre en nuestro texto, el cual no puede ser subsumido bajo la clasificación ofrecida por Ashworth. El término "exponible" es aquí probablemente el término "exclusive", para el cual se pretende dar una formulación más larga pero inequívoca.

[24] Compárese este pasaje con el siguiente de Heytesbury: "Motus ergo localium uniformis est quo equali velocitate continue in equali parte temporis spacium pertransiretur equale" (Heytesbury 1494, f. 37ᵛa). El texto original de *EUD* dice claramente "difformis", lo cual podría ponerse en correlación con la partición del tiempo en partes

Luego de esta definición se pasa a la consideración de la medida del movimiento en algunos casos especiales. Pero para ello es necesario todavía establecer el criterio ulterior de medición que ya fue mencionado en la introducción: ¿Qué punto del cuerpo habrá de tomarse como indicador del movimiento de todo el cuerpo? En el caso del movimiento uniforme habrá de tomarse el "punto movido más velozmente" y, si este punto estuviera a su vez en movimiento, se caracterizará entonces a todo el movimiento según el movimiento de éste. Este criterio es especialmente relevante para la consideración "*secundum subiectum*" del movimiento local circular. Así, el movimiento de un cuerpo (*magnitudo*) será considerado uniforme si su punto movido más velozmente mantiene un movimiento uniforme, independientemente del movimiento de los puntos restantes. *EUD* selecciona uno de los tres casos especiales discutidos por Heytesbury relativos a una rueda giratoria o una línea espiral en torno a un cilindro. En el caso discutido (el tercero de Heytesbury), se trata de una rueda giratoria (*rota circunvolitiva*), que presenta dos particularidades: en primer lugar, el punto más veloz (que es el más exterior de la rueda) se aleja del centro del círculo porque la rueda va aumentando de tamaño regularmente; en segundo lugar, la rueda disminuye regularmente su velocidad angular[25]. En este caso, el punto más veloz de la rueda se moverá en cada instante con mayor velocidad lineal que el punto inmediatamente anterior, pero todos los puntos de la rueda se moverán con velocidad uniformemente decreciente[26]. En el caso de un movimiento variado la velocidad no deberá ser considerada según el criterio de "la línea *descripta* por el punto más veloz" sino por la línea que *descri-*

desiguales; el texto dice también claramente "inequali tempore". Hay, sin embargo, una serie de argumentos de peso para cambiar el texto: 1) la lógica del texto requiere primero la definición de "motus uniformis"; 2) parece estar claro por este y otros pasajes que *EUD* sigue casi literalmente las *Regulae* de Heytesbury, en las cuales aparece esa definición. A estos argumentos externos se agregan otros dos internos y realmente decisivos en relación al significado del texto: 3) el ejemplo que sigue inmediatamente a continuación se deja adaptar casi completamente a la definición de movimiento uniforme; no así a la de variado; 4) la fórmula final "Modo ipsum *a* moveri dicitur uniformiter" verifica la corrección anterior o tiene que ser ella misma corregida. La única dificultad que hay que asumir en esta interpretación es la expresión "et sic consequenter de aliis partibus", la cual no tiene sentido si ya se ha dividido todo el tiempo en dos partes. Esta fórmula es típica para el tipo de argumentación empleado p.e. por Richard Swineshead o por Oresme en el análisis de series convergentes y, debo advertir, dejaría abierta otra posibilidad de interpretación que he preferido descartar por menos convicente que las anteriores.

[25] En este caso, la velocidad lineal de un punto sobre el radio aumenta a medida que el punto se aleja del centro y disminuye a medida que se acerca a él. Heytesbury, y consecuentemente también Johannes Monachus, no conocen el concepto de velocidad angular, el cual ya era de uso frecuente en la astronomía.

[26] El ejemplo habitual consiste en el trabajo del arcillero: la obra en elaboración giraría con velocidad angular constante, pero el arcillero presiona su obra hacia su eje de rotación y así, disminuye la velocidad de rotación. Al mismo tiempo va agregando constantemente partes de material al borde exterior, lo cual produce un radio mayor y, de aquí, un nuevo punto con mayor velocidad lineal. El ejemplo es explicado con mayor detalle en Wilson 1960, p. 120.

biría un punto tal que se moviera durante un cierto intervalo de tiempo con un cierto grado de velocidad dado. Aunque en la forma de una simple intuición, esta idea encierra una concepción que parece asemejarse bastante al moderno concepto de velocidad instantánea[27].

A partir de aquí Johannes Monachus ha organizado su texto con *notanda*, numerando sólo algunos de ellos (yo he introducido la numeración corriente). En el primer *notandum* se pasa ahora del movimiento al aumento y la disminución del movimiento: ambos pueden ser uniformes o variados. El concepto central aquí es, como en buena parte de la teoría de las cualidades, la "latitud" (*latitudo*) de la velocidad. Según se adquiera (o se pierda) en intervalos de tiempo iguales la misma latitud de velocidad o una latitud distinta (i.e. mayor o menor), el aumento y la disminución del movimiento serán vistos como uniformes o variados. Es importante tener en claro que el texto no se refiere a la aceleración sino al cambio de la tasa de aceleración del movimiento. Un *notandum* subordinado da una regla de equivalencia que es digna de ser considerada si se quiere entender el significado de la transformación metodológica propuesta por Oresme con su doctrina de las *configurationes*. Veamos primero con mayor exactitud lo que afirma esta regla:

> Nótese que cuando algún móvil aumenta su movimiento uniformemente a partir del reposo [i.e. *ad non gradum velocitatis*] hasta algún grado dado [de velocidad], este mismo [móvil] recorrerá en aquel [mismo] tiempo la mitad de aquello [i.e. de aquel espacio] que él recorrería si se moviera uniformemente durante el mismo tiempo con el grado [de velocidad] que delimita la latitud en el extremo más intenso, porque todo aquel grado corresponderá al grado medio de aquella latitud que es precisamente la mitad del grado terminante de tal latitud (lín. 73-77).

La formulación de esta regla resulta poco clara, especialmente porque el significado y uso de los términos "*latitudo*" y "*gradus*" es todavía ambigüo, de modo que no es posible determinar inequívocamente qué relación guardan con el espacio recorrido. Usando el método geométrico de Oresme [Fig. 3], esta regla puede ser visualizada y comprendida fácilmente: el movimiento uniformemente acelerado que comienza desde el reposo y termina con el grado final de velocidad 8 es representado con un triángulo rectángulo; el movimiento uniforme con el grado de velocidad 8 que tiene lugar durante el mismo intervalo de tiempo es representado con el rectángulo. El espacio recorrido en el primer caso será la mitad del espacio reco-

[27] Wilson (1960, p. 121) ofrece una exposición realmente muy interesante de este problema, pero, en mi opinión, debería haber incluido aquí una discusión más detallada de este aspecto porque, en realidad, queda abierto el problema más importante de este pasaje de las *Regulae* de Heytesbury (el cual es aquí incorporado por Johannes Monachus en su *EUD*): es evidente que la velocidad instantánea del punto más veloz no puede ser tomada como criterio para la velocidad de todo el movimiento. De aquí que se emplee, al menos para el caso de un movimiento uniformemente acelerado, la llamada "Merton Rule" como regla de reducción. Y dado que una tal regla es afirmada por primera vez por el mismo Heytesbury, la breve indicación de Wilson resulta, como siempre, muy estimulante pero al mismo tiempo insuficiente.

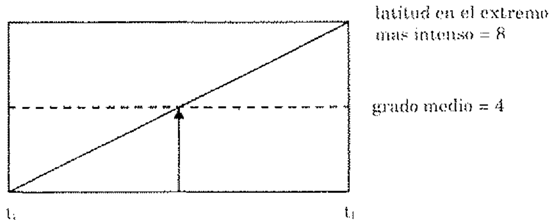


Figura 3
Una aplicación de la regla o "teorema" del grado medio según *EUD*
(el gráfico es una reconstrucción que no aparece en el Ms.)

rrido en el segundo caso. Ello puede apreciarse bien en las superficies representadas por el cuadrado y por el triángulo. Pero la regla no emplea un método de representación geométrico sino que se basa en otra regla que luego es formulada claramente: en la llamada "regla del grado medio".

Según ésta, como es sabido, un movimiento uniformemente acelerado es reducible a un movimiento uniforme que durante el mismo intervalo de tiempo transcurra con el grado medio de velocidad del movimiento acelerado.

> [Se puede plantear] la cuestión sobre si toda latitud uniformemente disforme corresponde a su grado medio. Para lo cual habrá de notarse que una latitud es llamada tal, cuando el grado medio excede por toda la latitud al no-grado o al grado más bajo de tal latitud tanto como el grado medio es excedido por el grado más intenso de la misma latitud. Por ejemplo si se toma una latitud de 8 [grados] y el grado medio es de 4 (lín. 88-92).

En este pasaje se advierte nuevamente la misma fluctuación en el significado de los términos técnicos: en "toda la latitud" la velocidad es tomada en su extensión durante el intervalo de tiempo; para las velocidades instantáneas, en cambio, se emplea "grado" (el grado más intenso, el menos intenso, el medio). Interesante es sobre todo el hecho de que esta regla es empleada aquí como método de definición de la latitud uniformemente disforme, o (*mutatis mutandis*) de un movimiento uniformemente acelerado: éste será entonces un movimiento tal en el cual la velocidad (instantánea) media excederá a la velocidad mínima tanto como la velocidad máxima a la media.

Si entonces volvemos ahora a la regla anteriormente citada, el procedimiento efectuado resulta mucho más entendible: el espacio recorrido en el movimiento uniformemente acelerado que finaliza con el grado de velocidad 8 recorrerá la mitad del espacio porque su grado medio –una vez efectuada la reducción por medio de la regla correspondiente recién explicada (o mejor: por un movimiento tal como es definido así)– es la mitad (i.e. 4) del grado final o más intenso. Es importante además destacar, para evitar toda identificación entusiasta con el concepto de función de la geometría analítica, que ni en este método de exposición verbal que se encuentra en

Heytesbury –y que es seguido en *EUD*– ni en el método de representación geométrica de Oresme existe un algoritmo por el cual pudiera determinarse la cantidad de este espacio. El espacio "corresponde" a un determinado movimiento, porque él es, como suele decirse en el siglo XIV, su "*perfecio adquisita*" "parte tras parte". La idea central es que cualquiera sea el espacio que le correspondiera a un movimiento uniformemente acelerado, a un movimiento uniforme con el grado medio de velocidad en el mismo intervalo de tiempo le corresponderá el mismo espacio; y si se tratara del grado máximo, entonces el espacio será el doble. En el caso de las *configurationes* de Oresme el espacio es representado en el área de la figura, pero no porque la velocidad esté "en función" del tiempo, sino porque el espacio es la "cantidad total" de la velocidad[28].

Los notanda N° 2 y N° 3 dan brevemente la medida de la velocidad para el movimiento cuantitativo (*velocitas augmentationis*) y cualitativo (*velocitas alterationis*) respectivamente. En el primer caso, se sigue la opinión de Heytesbury, que no es la habitual. Según ella, la velocidad de tal movimiento debe ser calculada según la proporción de la cantidad total final a la cantidad inmediatamente anterior para un determinado período de tiempo[29]. Para la velocidad de la alteración *EUD* menciona brevemente la latitud máxima adquirida en un determinado período de tiempo (expresamente subraya que la consideración del sujeto debe ser dejada de lado). La cuestión acerca de en qué medida esta latitud máxima es representativa de toda la alteración no es discutida en el texto. En principio resulta evidente que la interpretación literal está en contradicción con lo dicho anteriormente sobre el grado medio. Para una solución consistente con ello sería posible interpretar en este pasaje el término "*latitudo*" como correspondiente a la *quantitas qualitatis* de Oresme, i.e. como representativo de

[28] Ésta es una concepción típicamente escolástica que no puede ser trasladada en una conceptualización moderna sin una gran cuota de tergiversación. El método de representación geométrica de Oresme es especialmente atractivo para una identificación anacrónica con la geometría analítica. Para una discusión de este punto ver Di Liscia 1990.

[29] Esta teoría ya es criticada en el Merton College, por ejemplo por Richard Swineshead (ver Wilson 1960, pp. 137-139). Uno de los problemas centrales de interpretación consiste en determinar inequívocamente el significado de la "cantidad total" final. Aparentemente se trata de una proporción compuesta entre la cantidad final y la cantidad inicial. Un ejemplo posterior de ello, más cercano a nuestro *EUD*, se encuentra en el *Tractatus proportionum* de Alberto de Sajonia, el cual, sin duda, supone a su vez las *Regulae* de Heytesbury: "Tertia conclusio: velocitas in motu augmentacionis attenditur penes proporcionem compositi ex quantitate preexistente et acquisita ad preexistentem semper in ordine ad tempus" (Busard 1971, p. 71; mantengo la escritura de esta edición). Como muestra Busard (p. 54), Alberto compara dos cuerpos *a* y *b* arribando a la proporción 3:2 para la relación entre las velocidades de aumento de ambos cuerpos. Parece evidente que ello tiene lugar de acuerdo a la siguiente regla:

$$= \frac{Qf_b / Qi_b}{Qf_a / Qi_a} = \frac{3/1}{2/1} = \frac{3}{2}$$

, donde Qf_b y Qi_b representan respectivamente la cantidad inicial del cuerpo *b* (y de modo similar para *a*).

toda la cualidad y no solamente de la intensidad en un instante. En tal caso, la "latitudo *maxima*" mencionada en este pasaje es la cantidad de la cualidad correspondiente al grado medio.

El último *notandum* y la *quaestio* final pasan de la medición de las cualidades y movimientos a la aritmética. En primer lugar se menciona la cuestión de la "proporción irracional"[30]: la cual no existe en tanto los números son empleados para medir y, de hecho –afirma nuestro texto– entre los números (¡enteros naturales!) siempre existe conmensurabilidad. El fundamento de tal conmensurabilidad es la unidad (todo lo cual es tan ingenuo como bien intencionado). Finalmente se plantea la cuestión sobre la "composición" de las proporciones: ¿está formada una proporción de las proporciones entre "los medios"? Para una respuesta no trivial se supone que se trata de una proporción de "desigualdad mayor", i.e. $p{:}q$ con $p>q$. La respuesta es afirmativa: toda tal proporción se compone de la proporción de los términos medios (o "intermedios"). Ello es illustrado con el siguiente ejemplo: $\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2}=\frac{12}{6}=\frac{4}{2}$, en el cual es visible que la proporción $\frac{4}{2}$ "está compuesta" de las proporciones $\frac{4}{3}$ y $\frac{3}{2}$. Es evidente que ambas proporciones tienen que ser multiplicadas. *EUD* da así un ejemplo de la regla del "medio interpuesto" que se encuentra en los tratados sobre las proporciones de Jordanus, Bradwardine, Alberto de Sajonia y Oresme[31]. La idea es simple y efectiva: dada una proporción cualquiera $p{:}q$ tal que $p>q$ es posible interponer siempre un "tercer término en el medio" sin alterar el valor de la proporción original. Así, agregando el término z, tenemos: $p{:}q = (p{:}z)\cdot(z{:}q)$.

5. Observaciones finales

Como fue establecido oportunamente, parece altamente probable que *EUD* haya sido escrito en París a fines del siglo XIV y que su autor sea Joahnnes Monachus. No cabe duda de que *EUD* es un testigo menor de la influencia de los calculadores ingleses en el continente. Prueba directa de ello es que al menos la mitad del texto repite partes de las *Regulae* de Heytesbury. Por más trivial que parezca, éste es, sin embargo, un fenómeno que merece ser destacado; especialmente si se tiene en cuenta el hecho de que Monachus ha copiado en el mismo manuscrito las dos obras principales, los tratados *CQM* y *LF*, que se caracterizan por ofrecer un tratamiento geométrico de los problemas discutidos por los calculadores. En efecto, *CQM* y *LF* ponen claramente de relieve que por medio del empleo de la geometría se arribará a claridad en el tratamiento de las magnitudes intensivas. Es usando triángulos, cuadrados y otras figuras geométricas que

[30] El ejemplo típico para este tema es la irracionalidad de $\sqrt{2}$ ejemplificada geométricamente como el problema de la irracionalidad de la diagonal al lado del cuadrado (ver Di Liscia 2007, cap. 7.3).

[31] Véase Grant 1966, p. 22 y la bibliografía aquí citada.

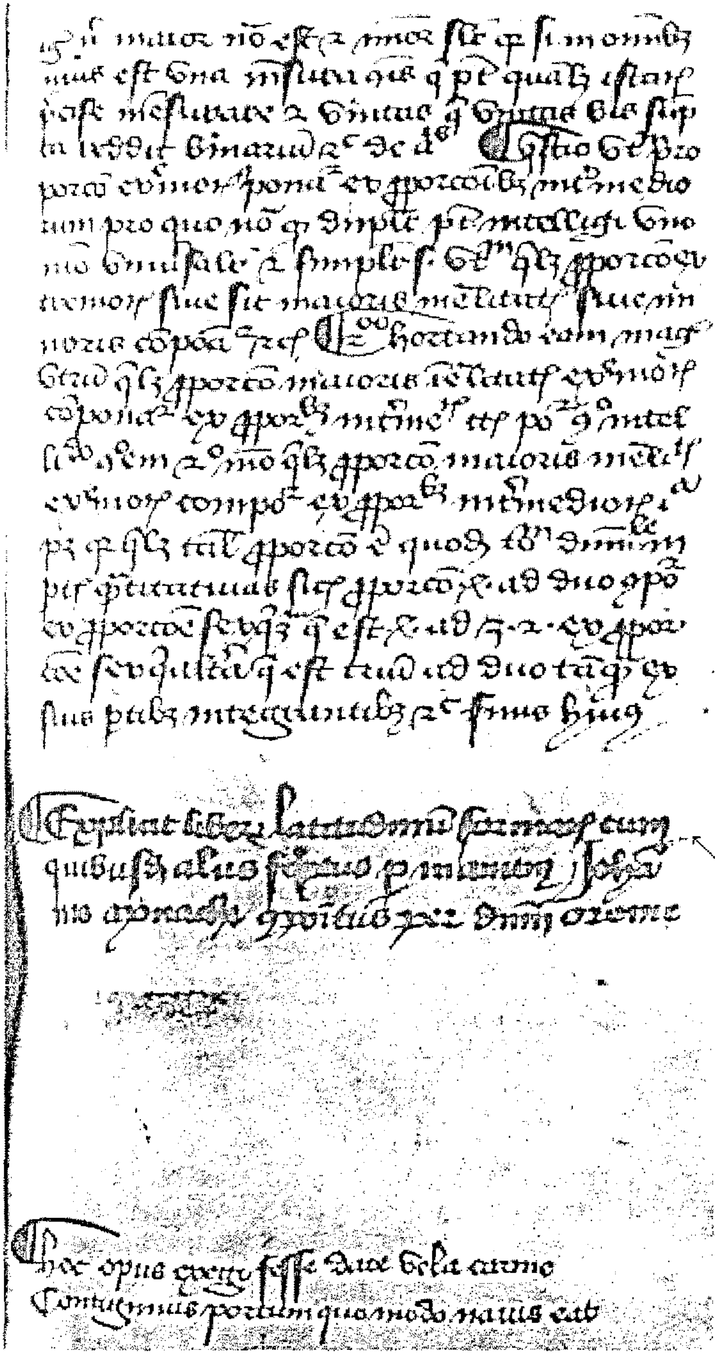
se arribará a un mejor entendimiento de las variaciones de las "formas"[32]. Pero es evidente que no es esto lo que piensa Joahnnes Monachus al momento de agregar *EUD* (i.e. "algunas otras cosas") al final de su copia de *LF*: Joahnnes, el copista de *CQM* y *LF* no entiende el contenido de lo que copia y pretende subsanar esta falencia agregando material calculatorio *para complementar CQM* y *LF*. El análisis geométrico de las cualidades en el contexto de la física aristotélica parece haber alcanzado con estas dos últimas obras el límite superior de su rendimiento. A partir del siglo XV contraatacan la lógica y la filosofía del lenguaje. Y ganan. Y con su triunfo se anuncia la desaparición de una disciplina prometedora que estaba comenzando a surgir: la llamada *scientia de latitudinibus formarum*. Durante el siglo XV, el siglo con la mayor cantidad de manuscritos de *CQM* y *LF*, surgirán comentarios a estos textos y reelaboraciones de ellos, pero ningún texto nuevo de tal tipo. Seguramente no es casual que el único manuscrito francés hoy conocido de *LF* –a destacar: de un texto del cual existen más de 50 manuscritos distribuidos desde San Petersburgo hasta Roma y de Oxford hasta Praga– es justamente *este manuscrito*, copiado por Johannes Monachus y complementado *cum quibusdam aliis*.

APÉNDICE
El texto *Excerpta de uniformitate et difformitate*

La mano de Johannes Monachus es prolija y bastante bien legible. No obstante, hay algunas dificultades, derivadas del contenido y de la calidad del texto. El contenido es puramente técnico, lo cual trae aparejado un latín un tanto desgarbado y algunos problemas de puntuación. Estos últimos se derivan del hecho de que el contenido técnico del texto no está expresado en un lenguaje simbólico adecuado. La calidad del texto deja bastante que desear, pero no debemos olvidar que no fue escrito para su publicación. Por tanto, además de que han sido necesarias varias enmiendas indicadas en el aparato crítico, he tenido que agregar algunas expresiones entre ⟨⟩. Algunas de ellas son más o menos neutrales y sirven para facilitar la lectura; otras comportan modificaciones de peso en el texto original. Modificaciones de tal tipo han sido indicadas con el signo (!), independientemente del hecho de que aparezca con o sin ⟨⟩. La interpuntuación ha sido reducida al mínimo y, como es costumbre para este tipo de textos, se ha respetado la escritura medieval (p. e. quae=que).

La fuente de al menos la mitad del texto son las *Regulae* de Heytesbury, de las cuales doy los pasajes pertinentes en notas al pie con corchetes [ ]. Para estos pasajes he tomado la edición de 1494 de las *Regulae* (= **Ed**) y un manuscrito del siglo XV (Ms. **R** = Praga, BU, X.H.11 ff. 68r–114v (**Inc.**: "Regulas solvendi sophismata non eaquidem que apparenti contradictione [*interl.*: undique] vallavit inventorum subtilitas..." (68r). **Expl.**: "...Et ne scribentium manui stuporem ingerat nimia narrationis prolixitas. Et sic est finis" (114v). En tal caso he incorporado únicamente las variantes más relevantes inmediamente a continuación del pasaje citado. Ellas son indicadas con exponentes a la palabra o expresión referida.

[32] Véase Oresme *CQM* I.4 (ed. Clagett 1968, p. 174, lín. 8–24) y *LF*, lín. 1–6 (Ed. Smith 1954, II, p. 1).



(a)

Final del texto (*Excerpta de uniformitate et difformitate qualitatum*): "... ex suis partibus integrantibus et sic est finis huius".

(b)

Final de LF: "...Explicit liber latitudinum formarum *cum quibusdam aliis* scriptus per manum Johannis Monachi compositus per Dominum Oresme".

(c)

Dístico elegíaco tomado de los *Remedia amoris* de Ovidio:
Hoc opus exegi fesse date vela carine
Contingimus portum quomodo navis est

Ilustración 1: Ms. Paris, Bibliothèque de l'Arsenal, Lat. 522, 32ʳb-32(bis)ʳa conteniendo (a) el final del texto analizado en este artículo, (b) el final de LF copiado en ff. 29ʳa-32ʳb, y (c) la observación final del copista. Para más información véase la descripción en el apartado 3.1. Reproducción con autorización de la biblioteca.

⟨*Excerpta de uniformitate et difformitate qualitatum et motuum*⟩

⟨*De qualitatibus*⟩

32rb

De uniformitate et difformitate qualitatum est sciendum quod qualitas quedam est uniformis et quedam difformis. Qualitas uniformis est qualitas cuius quelibet pars est eque intensa cum toto, sic quod ipsa non est intensior in una parte quam in alia, sicut albedo uniformis dicitur cuius quelibet pars est eque intensa cum toto et corpus uniformiter calidus dicitur esse calidum cuius quelibet pars est eque calida sicut totum.

Et sciendum est quod si albedo uniformis intendatur per aliquod subiectum tunc una pars eius bene dicitur esse maior alia, sicut albedo extensa per totum corpus dicitur esse maior quam albedo extensa per quartam partem corporis illius et hoc si tota albedo sit uniformis, quia una albedo bene dicitur maior altera propter hoc, quod extenditur per maius subiectum. Sed propter hoc non est intensior, nam si Sortes totus praeter digitum esset remisse album et digitus suis esset in summo albedo tunc digitus diceretur albior quam totum residuum Sortis. Unde una albedo dicitur esse intensior altera propter hoc quod plus distat a non gradu albedinis sive quia plus excedit nigretudinem quam alia.

De qualitate difformi notandum quod qualitatis difformis est duplex: quedam est uniformiter difformis et quedam est difformiter difformis. Qualitas difformiter difformis est cuius sunt alique partes immediate quarum una est intensior alia aut remissior et ⟨on⟩ terminantur partes eius ad eundem gradum secundum extrema immediata, ut posito quod una medietas ipsius a sit alba aliquo gradu albedinis ut 4 et alia eius medietas sit alba gradu intensiori ut octo, tunc tota albedo cathegorice sumpta per illas duas medietates extensa vocatur qualitas difformiter difformis, quia ille due medietates sunt immediate et non terminantur ad eundem gradum secundum extrema immediata. Similiter si una quarta ⟨pars⟩ ipsius a esset calida uniformiter ut duo et alia esset calida uniformiter ut 4 et 3^a ut sex et 4^a ut 8, tunc totum a diceretur difformiter ⟨difformis⟩ calidus.

De qualitate autem uniformiter difformi notandum est quod qualitas talis est cuius omnes partes immediate terminantur ad eundem gradum secundum sua extrema immediata, ut supposito quod in una | medietate ⟨istius⟩ a esset quilibet gradus[1], ita quod secundum suum extremum intensius[2] ⟨a⟩ terminetur ad d exclusive. Et ponatur quod in alia medietate ipsius a esset quilibet gradus intensior d gradu[3] ita quod sicut ad d gradum exclusive terminatur una medietas secundum suum extremum intensius sic alia medietas terminatur ad eundem gradum exclusive secundum suum extremum remissius; et sic foret de omnibus aliis partibus immediatis ita quod ⟨si⟩ similiter terminantur ad eundem graduum secundum sua extrema, tunc illa qualitas dicitur esse uniformiter difformis. Et tunc ille gradus ad quem terminantur ille partes secundum sua extrema immediata dicitur esse intensius qui non est in parte intensiori et remissius qui non est in parte remissiori, ut posito quod c esset una medietas ipsius a que terminetur exclusive ad d gradum secundum suum extremum intensius et sit b alia medietas ipsius a terminata ad eundem gradum exclusive secundum suum extremum remissius, tunc ille gradus d est remissius qui non est in c. Et modo debet sic exponi: d non est in c et quilibet gradus remissior d est in c, ideo d gradus est remissior qui non est in c. Unde generaliter: quando aliqua qualitas terminatur secundum suum extremum intensius ad aliquem gradum exclusive ille gradus ad quem terminatur illa qualitas exclusive dicitur remissius gradus qui non est in illa. Et illud d ⟨est⟩ gradus remissius qui non est in b, quia gradus non est in b et quilibet gradus intensior d et remissior gradu intensio ipsius b est in b; et ideo d gradus est intensius qui non est b. Unde quandoque aliqua qualitas terminatur ad aliquem gradum exclusive secundum suum extremum remissius dicitur esse remissius qui non est in illa qualitate et hoc secundum expositionem predictam. Unde generaliter quelibet qualitas uniformiter difformis terminatur ad duos gradus exclusive scilicet ad unum secundum extremum remissius et ad aliud secundum extremum intensius.

32va

⟨De motibus⟩

Circa motum localem est sciendum quod quidam est motus uniformis quidam vero difformis.

[1] *post* gradus] dicendum(?) *add.* **P**
[2] intensius] *correxi ex* intencius **P**
[3] *post* gradu] et non d gradus *add.* **P**

Motus uniformis(!)[4] est quo equali velocitate continue in equali(!)[5] parte temporis pertransitur equale spacium, ita quod semper *a* in prima medietate hore transeat unum pedale et in alia medietate aliud pedale et sic consequenter de aliis partibus. Modo ipsum *a* moveri dicitur uniformiter[6].

Sciendum est quod velocitas in motu uniformi habet attendi penes lineam descriptam a puncto velocissime moto istius corporis, si aliquis fuerit punctus talis. ⟨Et si punctus⟩ velocissime motus aut uniformiter aut difformiter mutat situm suum dicitur totius motus uniformis | 32vb aut difformis. Unde data aliqua magnitudine cuius punctus velocissime motus moveatur uniformiter tota illa magnitudo dicitur moveri uniformiter quantumcunque continua residua moveantur difformiter[7]. Et concedenda est illa conclusio quod *b* magnitudo per horam velocius et velocius moveatur et tamen continue ita erit per eandem horam quod quilibet punctus motus illius[8] *b* remittit motum suum[9]. Et illa[10] patet, quia sit *b* magnitudo, scilicet rota circunvolitiva, et adveniant ei alique partes circunferentiales, sic quod talis rota continue erit maior, et tamen ponatur quod talis rota tardius circunvolvatur quam prius, sic tamen quod additio talium partium plus faciat ad velocitatem punctorum externalium qui moventur quam retardatio circunvolutionis. In motu autem difformi velocitas non attenditur penes lineam descriptam a puncto velocissime moto sed penes lineam quam describeret aliquis talis punctus velocissime motus si per totum tempus[11] unifomiter moveretur illo gradu velocitatis quo movetur in aliquo sibi dato[12].

Notandum est ⟨1⟩ quod motum aliquem intendi sive remitti contigit dupliciter, scilicet uniformiter sive difformiter. Uniformiter dicitur intendi motus aliquis quando in quacunque parte eius temporis equalem acquirit latitudinem velocitatis et econtra uniformiter remittitur cum in qualibet equali parte temporis equalem deperdet latitudinem velocitatis. Sed aliquis motus intenditur sive remittitur difformiter quando maiorem latitudinem acquiret sive deperdet in una parte temporis quam in alia sibi equali[13]. Notandum ⟨est⟩ quod cum aliquod mobile a quiete intendat motum suum uniformiter ad aliquem gradum datum ipsum[14] in duplo minus pertransibit in illo tempore quam si ipsum per idem tempus uniformiter moveatur illo gradu qui terminat[15] illam latitudinem in extremo intensiori, quia totus ille gradus correspondebit gradui medio illius latitudinis que est precise subduplum ad gradum terminantem illam latitudinem[16].

[4] uniformis(!)] *correxi ex* difformis **P**

[5] in equali(!)] *correxi ex* inequali **P**

[6] "Motum ergo localium uniformis est[1] quo equali velocitate continue in equali parte temporis spacium pertransiretur equale" (Heytesbury 1494, f. 37va; **R**, f. 103v). Variantes: [1]est] dicitur **R**

[7] "In ⟨motu⟩ uniformi ita quod penes lineam a puncto velocissime moto descriptam, si quis huiusmodi fuerit (...) Et penes hoc quod punctus talis uniformiter seu difformiter mutat situm totius motus uniformis dicitur vel difformis. Unde data magnitudine cuius punctus velocissimus uniformiter moveatur quamtuncumque difformiter omnia residua differantur uniformiter moveri conceditur tota magnitudo proposita" (Heytesbury 1494, f. 37vb ; **R**, 103v).

[8] illius] *correxi ex* minor **P**

[9] "Potest concedi etiam tamquam imaginabile similiter quod *a* magnitudo per horam continue velocius et velocius movebitur et tamen continue erit ita per eandem horam quod quilibet punctus illius *a*[1] remittit motum suum. Et hoc per adventum continuum novarum partium secundum extremum velocius motum" (Heytesbury 1494, f. 38va; **R**, 103v). Variantes: [1]*a*] *om.* **Ed**

[10] illa] *correxi ex* ita **P**

[11] *post* tempus] aut per totum *add.* **P**

[12] "In motu autem locali difformi in quocumque instanti attenditur velocitas penes lineam quam describeret punctus velocissime motus si per tempus moveretur uniformiter illo gradu velocitatis quo moveretur in eodem instanti quocumque instanti dato" (Heytesbury 1494, f. 38vb; **R**, 104r)

[13] "Est autem circa intensionem et remissionem motus localis advertendum quod motum aliquem intendi aut remitti est dupliciter[1]: uniformiter scilicet aut difformiter. Uniformiter enim intenditur[2] motus quiscumque cum in quacumque equali parte temporis equalem acquirit latitudinem velocitatis motus[3]. Et uniformiter etiam remittitur motus talis cum in quacumque equali parte temporis equalem deperdit latitudinem velocitatis. Difformiter autem intenditur aliquis motus vel remittitur[4] cum maiorem latitudinem velocitatis acquirit vel deperdit in una parte temporis quam in alia equali sibi" (Heytesbury 1494, f. 39va-b ; **R**, 104r-v). Variantes: [1]est dupliciter] dupliciter contigit **R** [2]intenditur] *om.* **Ed** [3]motus] *om.* **R** [4]vel remittitur] *om.* **R**

[14] *ante* ipsum] quod *add.* **P**

[15] terminat] *correxi ex* determinat **P**

[16] "Ex precedenti sequitur quod cum mobile aliquod a quiete uniformiter intendat motum

2° ⟨Notandum est⟩ quod velocitas augmentationis attenditur penes proportionem quantitatis de novo uniformiter acquirende in tanto tempore aut in tanto ad quantitatem prius habitam, sic quod quibuscunque quantitatibus signatis quorum utrumque inequali tempore augebitur ad suum duplum quantumcunque illa sint inequalia ista eque velociter augmentabuntur[17].

3° ⟨Notandum est⟩ quod velocitas alterationis habet attendi penes maximam latitudinem forme acquisita in tanto sive in tanto tempore anquirendo, non respiciendo quantitate subiecti[18].

Questio utrum omnis latitudo uniformiter difformis correspondeat suo gradui medio. Pro quo notandum quod latitudo talis dicitur in qua medius gradus per totam latitudinem excedit non gradum aut gradum remississimum[19] istius latitudinis ut ipse medius gradus exceditur a gradu intensissimo eiusdem latitudinis. Verbi gratia capiatur latitudo ut 8, medius gradus ⟨ut⟩ 4[or].

⟨4°⟩ Notandum ⟨est quod⟩ in nullis numeris prout discrete mensuratur et comparatur ad invicem est proportio irrationalis. Declaratur quia nec due quantitates ad invicem conmensurabiles et communicantes habent se in proportione irrationali sed omnis numerus est alteri numero conmensurabilis, | igitur nec maior non est et minor similiter, quia si in omnibus numeris est una mensura communis que potest quamlibet istarum precise mensurare ⟨hec⟩ est unitas, que unitas bis supposita reddit binarium et sic de aliis. 32r (bis)a

Questio utrum proportio extremorum ponatur ex proportionionibus inter mediorum. Pro quo notandum quod ⟨hoc⟩ dupliciter potest intelligi: uno modo universaliter et simpliciter, scilicet utrum quelibet proportio extremorum sive sit maioris inequalitatis sive minoris componatur etc. Secundo modo hortando eam magis utrum quelibet proportio maioris inequalitatis extremorum componatur ex proportionibus intermediorum. Tunc ponatur conclusio intelligendo conclusionem secundo modo: quelibet proportio maioris inequalitatis extremorum componitur ex proportionibus intermediorum. Illa patet quia quelibet talis proportio est quodam totum divisibile in partes quantitativas sicut proportio 4 ad duo componitur ex proportione sexquitertia que est 4 ad 3 et ex proportione sexquialtera que est trium ad duo tanquam ex suis partibus integrantibus. Et sic est finis huius[20].

---

ad aliquem certum gradum[1], quod ipsum in duplo minus pertransibit in tempore illo quam si ipsum per idem tempus uniformiter moveretur gradu illo ipsam latitudinem terminante, quia totus ille motus correspondebit gradui medio totius latitudinis illius[2] qui est precise subduplus ad gradum illum qui terminum est eiusdem" (Heytesbury 1494, f. 40^{r}a; **R**, 104v). Variantes: [1]certum gradum] gradum datum **R** [2]totius … illius] illius latitudinis **R**

[17] "Ideo sequitur tertia positio quam inter alias in ista materia reputo veriorem, scilicet quod universaliter omnis velocitas talis motus attenditur penes proportionem quantitatis de novo uniformiter acquirende in tanto tempore vel in tanto ad quantitatem prius habitam sic videlicet quod quibuscumque quantis seu quantitatibus signatis quorum utrumque uniformiter inequali tempore augmentabuntur[1] ad equalitatem sui duplici quantumcunque sint illa duo inequalia quod ipsa eque velociter augmentabuntur" (Heytesbury 1494,55^{v}b; **R**, 108r). Variantes: [1]augmentabuntur] argumentabitur **R**

[18] "De velocitate motus alterationis tres solent positiones communiter sustineri (…). Tertia ponit quod velocitas universaliter attenditur penes latitudinem talis forme que universaliter acquiretur alicui subiecto sive maiori sive minori in tanto tempore vel in tanto" (Heytesbury 1494, f. 49^{v}b).

[19] remississimum] *correxi ex* remissum **P**

[20] *post* huius] Explicit liber latitudinum formarum cum quibusdam aliis scriptus per manum Johannis Monachi compositus per Dominum Oresme *add.* **P**

Bibliografía

Abreviaciones:

CQM = Nicole Oresme, *Tractatus de configurationibus qualitatum et motum* (ed. Clagett 1968).
LF = Jacobus de Sancto Martino, *De latitudinibus formarum* (ed. Smith 1954).
EUD = Johannes Monachus, *Excerpta de uniformitate et difformitate qualitatum* (ed. en este artículo).
Ed = ver: Heytesbury 1494.
P = Paris, Bl. de l'Arsenal, Lat. 522.
R = Ms. Praga, BU, X.H.11.

Ashworth, J. E. 1973: "The Doctrine of *Exponibilia* in the Fifteenth and Sixteenth Centuries", en: *Vivarium* 11, pp. 137-167.

Bond, W. H. / Faye, C. 1962: *Supplement to the Census ...* (ver: De Ricci, Seymour 1935), New York.

Bos, E. P. 1985: *John of Holland. Four Tracts on Logic (suppositiones, fallacie, obligationes, insolubilia).* First Critical Edition from the Manuscripts with an Introduction and Indices, Nijmegen [Artistarium 5].

Borchert, Ernest 1940: *Der Einfluß des Nominalismus auf die Christologie der Spätscholastik nach dem Traktat* De communicatione idiomatum *des Nicolaus Oresme; Untersuchungen und Textausgabe.* Münster i.W.: Aschendorff, [*Beiträge zur Geschichte der Philosophie und Theologie des Mittelalters* 35,4/5].

Busard, H. L. L. 1971: "Der Tractatus proportionum von Albert von Sachsen", en: *Österreichische Akademie der Wissenschaften, mathematisch–naturwissenschaftliche Klasse. Denkschriften*, Abhandlung 116, 2, pp. 43-72.

Clagett, Marshall 1953: "The Medieval Latin Translations from the Arabic of the *Elements* of Euclid, with Special Emphasis on the Versions of Adelard of Bath", en: *Isis*, pp, 17-42.

Clagett, Marshall 1959: *The Science of Mechanics in the Middle Ages.* Madison - London.

Clagett, Marshall 1968: *Nicole Oresme and the Medieval Geometry of Qualitites and Motions. Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum*, Madison - Milwaukee - London.

Crosby, Lamar H. 1955: *Thomas Bradwardine, His* Tractatus de proportionibus, Madison.

Curtze, Maximilian 1868: Der *Algorismus proportionum des Nicolaus Oresme. Zum ersten Male nach der Leseart der Handschrift R. 4°. 2 der Königlichen Gymnasial - Bibliothek zu Thorn*, Berlin.

De Ricci, Seymour 1935: *Census of Medieval and Renaissance Manuscripts in the United States and Canada* [with the Assistance of W. J. Wilson], New York, 4 vols. Ver además Bond / Faye, 1962.

Di Liscia, Daniel A. 1990 : "Sobre la doctrina de las *configurationes* de Nicolás de Oresme", en: *Patristica et Mediaevalia* 11, pp. 79-105.

Di Liscia, Daniel A. 1993: "Definición y *mensura* del movimiento: Dos perspectivas de la filosofía natural escolástica en Nicolás de Oresme" en: Magnavacca, S. / D'Amico, C. / Di Liscia, D. A. / Tursi, A. (eds.): *Cuatro aspectos de la crisis filosofófica del siglo XIV*, Buenos Aires, pp. 35-52.

Di Liscia, Daniel A. 1997: "Velocidad *quo ad effectus* y *velocidad quo ad causas*: la tradición de los calculadores y la metodología aristotélica", en: Di Liscia, Daniel A. / Keßler, Eckhard / Methuen, Charlotte (eds.): *Method and Order in*

Renaissance Philosophy of Nature. The Aristotle Commentary Tradition, Aldershot e.a., pp. 143-176.

Di Liscia, Daniel A. 2007: *Zwischen Geometrie und Naturphilosophie. Die Entwicklung der Formlatitudenlehre im deutschen Sprachraum*, Wiesbaden.

Federici Vescovini, Graziella 1983: *"Arti" e filosofia nel secolo XIV. Studi sulla tradizione aristotelica e i "moderni"*, Firenze.

Grant, Edward 1957: *The Mathematical Theory of Proportionality of Nicole Oresme (ca. 1320 –1382)*, Dissertation, University of Wisconsin.

Grant, Edward 1965: "Part I of Nicole Oresme's *Algorismus proportionum*", en: *Isis* 56, pp. 327-341.

Grant, Edward 1971: Nicole Oresme and the Kinematics of the circular motion. *Tractatus de commensurabilitate vel incommensurabilitate motuum celi*, Madison.

Grant, Edward 1966: *Nicole Oresme. De proportionibus proportionum* and *Ad pauca respicientes*, Madison - Milwaukee - London, 1966.

Heytesbury 1494 [William Heytesbury]: *Regule solvendi sophismata*, Venedig, 1494 [= **Ed**].

Hohmann, Thomas 1976: "Initienregister der Werke Heinrichs von Langenstein", *Traditio* 32, pp. 399-426.

Lindberg, David C. 1975: *A Catalogue of Medieval and Renaissance Optical Manuscripts*, Toronto [*Subsidia Mediaevalia* iv].

Martin, H. 1885: *Catalogue des Manuscrits de la Bibliothèque de l'Arsenal*, Paris, 9 vols.

Maier, Anneliese 1952: *An der Grenze von Scholastik und Naturwissenschaft. Die Struktur der materiellen Substanz. Das Problem der Gravitation. Die Mathematik der Formlatituden*, Roma².

Maier, Anneliese 1958: "Bewegung als intensive Größe", en: *Zwischen Philosophie und Mechanik*, Roma, pp. 148-186.

Maier, Anneliese 1968: *Zwei Grundprobleme der scholastischen Naturphilosophie. Das Problem der intensiven Grösse. Die Impetustheorie*, Roma³.

McCue, James Francis 1961: *The Treatise* De proportionibus velocitatum in motibus *attributed to Nicholas Oresme*, A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degreee of Doctor of Philosophy (History of Science) at the University of Wisconsin, 1961.

Murdoch, John E. / Sylla, Edith D. 1976: "Swineshead, Richard", en: Gillispie, Charles Coulston (ed.), *Dictionary of Scientific Biography*, 16 vols. New York, 1970-80; vols. 17-18 (Supplements), 1990; vol. 13, pp. 184-213.

Murdoch, John E. 1981: "*Scientia mediante vocibus*: Metalinguistic Analysis in Late Medieval Natural Philosophy", en: *Miscellanea Mediaevalia* 13/1: *Sprache und Erkenntnis im Mittelalter*, pp. 73-106.

Murdoch, John E. 1982: "The Analytical Character of Later Medieval Learning. Natural Philosophy without Nature", en: Roberts, L. D. (Hrsg.), *Approaches to Nature in the Middle Ages* [Papers of the Tenth Annual Conference of the Center for Medieval and Early Renaissance Studies], Binghamton - New York, pp. 171-213.

Pirzio, P. 1969: "Le prospettive filosofice del tratatti di Enrico di Langenstein *De habitudine causarum*", en: *Rivista critica di Storia della Filosofia* 24 (1969), pp. 364-373.

Pluta, Olaf 1987: *Die philosophische Psychologie des Peter von Ailly. Ein Beitrag zur Geschichte der Philosophie des späten Mittelalters*, Amsterdam, 1987 [Bochumer Studien zur Philosophie 6].

Pruckner, Hubert 1933: *Studien zu den astrologischen Schriften des Heinrich von Langenstein*, Leipzig-Berlin.

Robbins, F. E. / Karpinski, L. Ch. 1926: *Nicomachus of Gerasa. Introduction to Arithmetic. Translated into English by Martin Luther D'Ooge*, New York.

Smith, Thomas M. 1954: *A Critical Text and Commentary upon* De latitudinibus formarum, A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degreee of Doctor of Philosophy at the University of Wisconsin.

Steneck, Nicholas H. 1976: *Science and Creation in the Middle Ages: Henry of Langenstein (d. 1397) on Genesis*, Indiana.

Sylla, Edith D. 1982: "The Oxford Calculators", en: Kretzmann, Norman / Kenny, Anthony / Pinborg, Jan (eds.): *The Cambridge History of Later Medieval Philosophy*. Cambridge, pp. 540-563.

Swineshead 1520 [= Richard Swineshead]: *Calculator. Subtilissimi Ricardi Suiseth Anglici Calculationes noviter emendate atque revise. Questio* [Victoris Trincavelli] *insuper de reactione iuxta Aristotelis sententiam et Commentatoris*, Venetiis.

Thorndike, Lynn 1923-58: *A History of Magic and Experimental Science*, New York, 8 vols.

Wallace, William A. 1968: "The Enigma of Domingo de Soto: *uniformiter difformis* and Falling Bodies in Late Medieval Physics", en: *Isis* 59, pp. 384-401.

Ward, Tom R. 1985: "The Theorist Johannes Hollandrinus", en: *Musica Antiqua* 7, Acta Scientifica, Bydgoszcz, pp. 575-598.

Wilson, Curtis 1960: *William Heytesbury. Medieval Logic and the Rise of Mathematical Physics*, Madison.

Zoubov, V. P. 1958: "Une fausse attribution: le *De Instantibus* attribué à Nicole Oresme", en: *Archives internationales de l'histoire des sciences* 11, pp. 377-378.

ABSTRACT

The main purpose of this paper is to present some new materials related to the development of the so called *calculatores*-tradition at the end of the 14th century in Paris. It is well known that this tradition emerged at the Merton College in Oxford about 70 years before and proposed a new approach to natural philosophy or "physics" consisting in the generalized use of mathematical and "half-mathematical" methods of analyzing and discussing questions concerned with motions and qualities. The manuscript Lat. 522 of the Arsenal Library was entirely copied by a man called "Johannes Monachus", who can possibly be associated with the famous philosopher and theologian Pierre D'Ailly. Besides other significant works, Johannes Monachus copied the tracts *De configurationibus* (by Nicole Oresme) and *De latitudinibus formarum* (by Jacobus de Sancto Martino). At the end of this last work he decided to complete the "latitude of forms" with "some further things" (*cum quibusdam aliis*), a short text which most probably he himself compiled using the *Regulae* by Heytesbury and other similar sources and to which the title *Excerpta de uniformitate et difformitate* may be given. The following paper gives a transcription of this short text, expounds its content and discusses its significance in the context of the tradition of the late calculators. In addition, a full description of the manuscript is given.